

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias (Exámenes).

1

## Prueba unidades 1 y 2: Matrices y determinantes.

OPCIÓN A.

### Ejercicio A.1:

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & 4 & 1 \\ m & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) (1'5 puntos) Determinar el rango de  $B$  en función de los valores de  $m$  e indicar para qué valores de  $m$  admite inversa.

b) (1'5 puntos) Calcular la matriz inversa de  $A$  y comprobar que verifica  $A^{-1} = \frac{1}{5}(A^2 + 3C)$ .

(Selectividad Madrid Modelo 2017).

### Ejercicio A.3:

Sabiendo que  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 3$  y usando las propiedades de los determinantes, calcular el valor de los siguientes determinantes:

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
2 (Exámenes).

---

$$a) \text{ (1 punto)} \begin{vmatrix} 2a - 2b & c & 5b \\ 2d - 2e & f & 5e \\ -2 & 3 & 10 \end{vmatrix}.$$

$$b) \text{ (1 punto)} \begin{vmatrix} a - 1 & b - 2 & 2c - 6 \\ 2 & 4 & 12 \\ d & e & 2f \end{vmatrix}.$$

(Selectividad Madrid Septiembre 2015).

### Ejercicio A.5:

(1,5 puntos) Calcula el siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & -9 & -9 & -5 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ -3 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

### OPCIÓN B.

### Ejercicio A.6:

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} m & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & m \end{pmatrix}$  se pide:

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias (Exámenes).

3

a) (1 punto) Estudiar el rango de  $A$  según los valores de  $m$  e indicar para qué valores de  $m$  admite inversa.

b) (1 punto) Sin calcular  $A^{-1}$ , hallar  $m$  para que  $\det(A) = \det(4A^{-1})$ .

(Selectividad Madrid Junio 2015).

### Ejercicio A.8:

(1,5 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Hallar una matriz  $X$  que verifique la ecuación matricial  $XB = A + B$ .

(Selectividad Madrid Septiembre 2009).

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la  
dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
4 (Exámenes).

---

## Prueba unidad 3: Sistemas de ecuaciones lineales. OPCIÓN A.

### Ejercicio B.1:

(3 puntos) Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y + az = -1 \\ -x + ay - z = 2 \\ 2ax - 2y + a^2z = 2 \end{array} \right\}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro  $a$  y resuélvelo cuando sea compatible.

(Selectividad Cantabria Junio 2013.)

### Ejercicio B.3:

Cierto país importa 21000 vehículos de tres marcas  $A$ ,  $B$  y  $C$  al precio de 10000, 15000 y 20000 euros respectivamente. El total de la importación asciende a 322 millones de euros. Se ha observado que también hay 21000 vehículos contando solamente los de la marca  $B$  y  $\alpha$  veces los de la  $A$ .

- a) (1 punto) Plantea un sistema de ecuaciones con las condiciones del problema en función del número de vehículos de cada marca.
- b) (1 punto) Establece el número de vehículos de cada marca suponiendo

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la  
dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias (Exámenes). 5

---

$\alpha = 3$ .

c) (1 punto) Estudiar si existe algún valor de  $\alpha$  para el cuál la situación no puede darse en el campo de los números reales.

(Selectividad Asturias Junio 2007.)

## OPCIÓN B.

### Ejercicio B.6:

(2 puntos) En un crucero hay paquetes de tres tipos: individual (1 pasajero), pareja (2 pasajeros) y grupo familiar (4 pasajeros). La tarifa individual es de 800 euros, la tarifa de pareja es de 1200 euros y la tarifa familiar es de 1600 euros. Para el próximo viaje hay 2400 pasajeros que han pagado un total de 1264000 euros. Si los pasajeros de individual son el 20 % de la suma de los de pareja y de grupo familiar. ¿Cuántos pasajeros hay de cada paquete?

(Selectividad Canarias Junio 2014.)

### Ejercicio B.8:

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

a) (1 punto) Diga, razonadamente, si la tercera columna de la matriz  $A$  es

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la  
dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
**6** (Exámenes).

---

combinación lineal de las dos primeras columnas.

b) (1 punto) Calcule el rango de la matriz  $A$ .

(Selectividad Extremadura Septiembre 2011.)

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la  
dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias (Exámenes).

7

## Recuperación primera evaluación.

### Ejercicio C.1:

(4 puntos) Discute y resuelve, cuando sea posible, el siguiente sistema dependiente del parámetro  $m$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} mx - y - 9z = -1 \\ 13x + y + 9z = 2 \\ 10y + 10m^2z = 10 + m \end{array} \right\}.$$

### Ejercicio C.2:

(2 puntos) Calcula el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

### Ejercicio C.3:

(2 puntos) Sabiendo que  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ t & u & v \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 7$ , calcula el valor de:

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
**8** (Exámenes).

---

$$\begin{vmatrix} 2a + c & -3c & b \\ 2t + v & -3v & u \\ 5 & -9 & 2 \end{vmatrix} \quad y \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ v & u & t \\ c & b & a \end{vmatrix}.$$

**Ejercicio C.4:**

(2 puntos) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , calcula  $(ABA^{-1})^4$ .

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)



Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias (Exámenes).

9

## Prueba unidades 4, 5 y 6: Probabilidad y distribuciones.

### OPCIÓN A.

#### Ejercicio D.1:

En cierta población los sucesos beber agua antes de comer ( $A$ ) y bailar el fin de semana ( $B$ ) son independientes. Se sabe que  $P(A) = 0'7$  y  $P(B) = 0'6$ . Se elige una persona al azar de la población. Calcula:

- a) (1 punto) La probabilidad de que beba agua o baile el fin de semana.
- b) (1 punto) La probabilidad de que beba agua y no baile el fin de semana.

#### Ejercicio D.4:

(2 puntos) La probabilidad de que una bombilla en un circuito eléctrico funcione es de  $0'8$ . Si se colocan 100, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 85 bombillas funcionen?

### OPCIÓN B.

#### Ejercicio D.6:

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos con  $P(A) = 0'7$ ,  $P(B) = 0'6$  y  $P(A \cup B) = 0'9$ .

- a) (1 punto) ¿Son  $A$  y  $B$  sucesos independientes?
- b) (1 punto) Calcula  $P(A \cap \bar{B})$  y  $P(A/\bar{B})$ .

(Selectividad Galicia Septiembre 2017.)

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
**10** (Exámenes).

---

### **Ejercicio D.7:**

(2 puntos) En una comunidad de vecinos en el 70 % de los buzones aparece en primer lugar un nombre masculino y en el 30 % restante un nombre femenino. En dicha comunidad, la probabilidad de que un hombre trabaje es de 0'8 y la probabilidad de que una mujer trabaje es de 0'7. Se elige un buzón al azar, calcúlese la probabilidad de que el primer nombre en el buzón corresponda a:

- a) Una persona que trabaja.
- b) Un hombre, sabiendo que es de una persona que trabaja.

(Selectividad Madrid Junio 2018.)

### **Ejercicio D.10:**

(2 puntos) Discute el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro  $m$  siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} mx + 5y + z = -1 \\ 2x + y + 4z = m \\ -5x + 4y + mz = 2 \end{array} \right\}.$$

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la  
dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

11

## Prueba unidades 7 y 8: Vectores, rectas y planos.

OPCIÓN A.

### Ejercicio E.1:

Resuelve las siguientes cuestiones, independientes entre sí:

a) (1 punto) Hallar el plano que contiene a la recta  $v : (2, 1, 3) + t(2, 1, 0)$  y es perpendicular al plano de ecuación  $x + z = 2$ .

b) (1 punto) Probar que los vectores  $\{(1, 1, 1); (1, 1, 0); (1, 0, 0)\}$  forman una base de  $\mathbb{R}^3$  y dar las coordenadas del vector  $(1, -2, 0)$  en la base anterior.

(Selectividad Aragón Junio 2012.)

### Ejercicio E.4:

Se tienen las rectas  $r : \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$  y  $s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 0 \end{cases}$  y el

punto  $P(0, 3, -2)$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) (1 punto) Las ecuaciones de la recta que pasa por el punto  $P$  y es paralela a la recta  $r$ .

b) (1 punto) La ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y es paralelo a

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la  
dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
12 (Exámenes).

---

la recta  $s$ .

(Selectividad Comunidad Valenciana Julio 2015.)

### Ejercicio E.5:

(2 puntos) Discute el siguiente sistema en función del parámetro  $m$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} mx + 6y + z = 7 \\ y - 2z = 4 \\ 3x + 5y + mz = m \end{array} \right\}.$$

### OPCIÓN B.

### Ejercicio E.8:

Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  los puntos de intersección del plano  $\pi \equiv 2x + y - 4z - 4 = 0$   
con los tres ejes coordenados  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$ . Calcula:

a) (1 punto) El área y el perímetro del triángulo  $ABC$ .

b) (1 punto) Las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados del  
triángulo  $ABC$ .

(Selectividad Cantabria Junio 2012.)

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la  
dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

13

---

**Ejercicio E.9:**

Consideramos el punto  $P(6, -1, 5)$  y la recta  $r : \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$  con  $t \in \mathbb{R}$ .

a) (1 punto) Halla la ecuación del plano  $\pi$  perpendicular a  $r$  que contiene a  $P$ .

b) (1 punto) Determina el punto  $Q$  donde la recta  $r$  corta al plano  $\pi$ .

(Selectividad La Rioja Junio 2015.)

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
14 (Exámenes).

---

## Prueba unidades 9 y 10: Ángulos y distancias.

OPCIÓN A.

### Ejercicio F.1:

Considere la recta  $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} x + y - z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{array} \right\}$ .

- a) (1 punto) Escriba la ecuación implícita de un plano  $\pi$  perpendicular a  $r$  pasando por el punto  $A(-1, 2, 2)$ .
- b) (1 punto) Obtenga el punto proyección ortogonal de  $P(-1, 3, 3)$  sobre el plano  $\pi$ .

(Selectividad Asturias Junio 2016.)

### Ejercicio F.2:

En  $\mathbb{R}^3$  se consideran las rectas de ecuaciones  $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ x - 2z = -8 \end{array} \right\}$  y  $s \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{a} = \frac{z-1}{-1}$ .

- a) (1 punto) Halle el valor de  $a$  para que  $r$  y  $s$  sean paralelas.
- b) (1 punto) Para el valor de  $a$  obtenido en el apartado anterior, calcule la distancia entre  $r$  y  $s$ .

(Selectividad Extremadura Junio 2017.)

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias (Exámenes).

15

## OPCIÓN B.

### Ejercicio F.6:

Consideramos el punto  $P(1, 1, 1)$  y las siguientes rectas  $r \equiv \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 5x + z = 6 \end{cases}$

y  $s \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{\frac{1}{3}}$ , se pide:

- (0.5 puntos) Hallar la distancia del punto  $P$  a la recta  $r$ .
- (1 punto) Estudiar la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- (0.5 puntos) Hallar el plano perpendicular a la recta  $s$  que pasa por el punto  $P$ .

(Selectividad Madrid Junio 2018.)

### Ejercicio F.8:

(2 puntos) Calcular el punto simétrico de  $A(-3, 1, -7)$  respecto de la recta  $r \equiv x + 1 = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$ .

(Selectividad Baleares Septiembre 2015.)

### Ejercicio F.10:

(2 puntos) El 6 % de los libros prestados en la biblioteca de un centro escolar son técnicos. Si se consideran los últimos 400 libros prestados, calcula la probabilidad de que entre 22 y 30 libros hayan sido técnicos.

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
16 (Exámenes).

---

## Recuperación segunda evaluación.

### Ejercicio G.1:

(4 puntos) Consideramos las siguientes rectas: la recta  $r$  que pasa por el punto  $A(1, 2, 3)$  y tiene vector director  $\vec{v}_r = (2, 4, -1)$  y la recta  $s$  que es perpendicular a  $\pi \equiv 4x - 3y + z = 1$  y que pasa por  $B(2, 1, 2)$ .

- Estudia la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- Calcula la distancia entre  $r$  y  $s$ .
- ¿Cuál es el ángulo que forman  $r$  y  $\pi$ ?
- Encuentra la ecuación del plano  $\pi'$  que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .

### Ejercicio G.2:

(3 puntos) Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  los puntos de corte de  $\pi \equiv 2x - 3y + 4z = -12$  con los ejes coordenados.

- Calcula los ángulos del triángulo  $ABC$ .
- Halla el volumen del tetraedro formado por  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D(-3, 2, 1)$ .

### Ejercicio G.3:

(3 puntos) Una empresa fabrica tablones de madera. Para ello cuenta con dos máquinas. La máquina  $A$  produce el 60 % de los tablones. La longitud de dichos tablones se distribuye normalmente con media 250 centímetros y

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)



Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

17

---

desviación típica 20. La máquina  $B$  fabrica tablones con una longitud que se distribuye normalmente con media 270 centímetros y desviación típica 40.

- a) Calcula la probabilidad de que un tablón de la fábrica elegido al azar mida más de 260 centímetros.
- b) Se elige una pieza al azar de la que sabemos que mide más de 260 centímetros. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la máquina  $A$ ?
- c) Elegimos al azar 5 piezas fabricadas por la máquina  $A$ . ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de ellas midan más de 260 centímetros?

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
18 (Exámenes).

---

## Prueba unidades 11, 12 y 13: Límites, continuidad y derivadas.

OPCIÓN A.

### Ejercicio H.1:

(2 puntos) Las ganancias, en millones de euros, de una empresa de almacenaje de productos radioactivos se rige por la función siguiente:

$f(x) = -2x^3 + 33x^2 - 60x + 40$ , siendo  $x$  las toneladas de producto almacenado. Debido a la peligrosidad del producto, no se pueden almacenar más de 8 toneladas. ¿Cuál es el máximo beneficio que se puede obtener? ¿Cuál es el mínimo?

### Ejercicio H.5:

(2 puntos) Consideramos la recta  $r$  que pasa por el punto  $A(2, 3, 1)$  y es perpendicular al plano  $\pi \equiv 2x - y + 3z = 5$ . Por otro lado, consideramos la recta  $s$  que está contenida en  $\pi' \equiv 4x + 2y - 3z = 3$  y  $\pi'' \equiv 3x + 2y + z = -1$ .

- Estudia la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- Si son secantes, calcula el plano que contiene a ambas rectas y el ángulo que forman. Si  $r$  y  $s$  se cruzan en el espacio, calcula la distancia entre ambas rectas.

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

19

## OPCIÓN B.

### Ejercicio H.6:

(2 puntos) Estudia la monotonía, incluyendo máximos y mínimos relativos, de la función  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$ .

### Ejercicio H.7:

(2 puntos) Estudia la derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9x}{x^2 - 4} & \text{si } x \leq 1 \\ 2 - 5x & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

### Ejercicio H.10:

(2 puntos) Consideramos la recta  $r$  que pasa por el punto  $A(2, 3, 1)$  y es perpendicular al plano  $\pi \equiv 2x - y + 3z = 5$ . Por otro lado, consideramos la recta  $s$  que está contenida en  $\pi' \equiv 4x + 2y - 3z = 3$  y  $\pi'' \equiv 3x + 2y + z = -1$ .

a) Estudia la posición relativa de  $r$  y  $s$ .

b) Si son secantes, calcula el plano que contiene a ambas rectas y el ángulo que forman. Si  $r$  y  $s$  se cruzan en el espacio, calcula la distancia entre ambas rectas.

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
20 (Exámenes).

---

# Prueba unidades 14 y 15: Representación de funciones e integrales. OPCIÓN A.

## Ejercicio I.1:

(2 puntos) Calcula las asíntotas (horizontales y oblicuas) de

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 8x} - 2x.$$

## Ejercicio I.3:

(2 puntos) Estudia la monotonía, máximos y mínimos relativos de

$$f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}.$$

## Ejercicio I.5:

(2 puntos) Discute el siguiente sistema dependiente del parámetro  $a$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y + 9z = 0 \\ x + ay + 3z = 0 \\ -2x + 2y + az = a \end{array} \right\}.$$

Resuelve el sistema en el caso **compatible determinado**.

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias (Exámenes).

21

---

## OPCIÓN B.

### Ejercicio I.6:

(2 puntos) Estudia las asíntotas de  $f(x) = \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 4}$ .

### Ejercicio I.7:

(2 puntos) Estudia la curvatura de la función  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9}$ .

### Ejercicio I.8:

(2 puntos) Estudia la monotonía, máximos y mínimos de la función siguiente  $f(x) = \frac{4x^3 + x + 1}{x}$ .

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
22 (Exámenes).

---

## Examen final. Convocatoria ordinaria.

### Ejercicio J.1:

(2 puntos) En cierto ensayo clínico, se trata al 60 % de pacientes afectados de hepatitis C con interferón, y al 40 % restante con ribavirina más interferón.

Al cabo de ocho semanas se observa una respuesta favorable al tratamiento en el 43 % de los pacientes tratados únicamente con interferón y en el 71 % de los pacientes tratados con ribavirina más interferón.

Si se toma al azar un paciente del ensayo, determínese la probabilidad de que:

- a) (1 punto) Haya respondido favorablemente al tratamiento que está recibiendo.
- b) (1 punto) Si ha respondido favorablemente al tratamiento, haya sido tratado únicamente con interferón.

(Selectividad Madrid Junio 2015.)

### Ejercicio J.3:

(2 puntos) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (1, 1) y forma con los ejes coordenados un triángulo de área mínima en el primer cuadrante.

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

23

---

(Selectividad Castilla y León Septiembre 2016.)

### **Ejercicio J.5:**

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) (1 punto) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función real  $f$  definida por  $f(x) = (x - 1)(x - 3)$ , siendo  $x$  un número real.
- b) (1 punto) El área del recinto acotado limitado entre las curvas de ecuaciones  $y = (x - 1)(x - 3)$  e  $y = -(x - 1)(x - 3)$ .

(Selectividad Comunidad Valenciana Junio 2015.)

---

Visita la web [www.aprobarmatematicasesfacil.es](http://www.aprobarmatematicasesfacil.es) para encontrar enunciados de ejercicios y material de muestra de los libros publicados.

Si conoces a alguien que lo esté pasando mal con las matemáticas, recomiéndale este material. Puede serle de utilidad.

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
24 (Exámenes).

---

## Examen final. Convocatoria extraordinaria.

### Ejercicio K.2:

De los 700 alumnos matriculados en una asignatura, 210 son hombres y 490 mujeres. Se sabe que el 60 % de los hombres y el 70 % de las mujeres aprueban dicha asignatura. Se elige una persona al azar.

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe la asignatura?
- b) (1 punto) Sabiendo que ha aprobado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

(Selectividad Andalucía Junio 2015.)

### Ejercicio K.3:

Sean  $A$  y  $B$  las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) (1 punto) Estudiar si  $A$  y  $B$  tienen inversa y calcularla cuando sea posible.
- b) (1 punto) Determinar  $X$  tal que  $AX = 2B + I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2.

(Selectividad Castilla y León Junio 2017.)

---

Aprobar matemáticas es fácil si sabes cómo: Matemáticas II - Ciencias  
(Exámenes).

Si te gusta este material, puedes comprar el libro completo en la dirección: [www.amazon.es/dp/1092506004](http://www.amazon.es/dp/1092506004)